

Демонстрация вступительной работы  
в 9 класс проекта «Математическая вертикаль» по математике.

Время выполнения 120 минут.

Алгебра.

1. Тема «Линейные неравенства. Системы линейных неравенств».

а) Решить неравенство:  $\frac{x}{4} - \frac{2}{3}(x-5) \geq \frac{x-8}{6} - x$  или б) Решить неравенство:  $-7 < 3x + 2 \leq 20$

или в) решить систему неравенств:  $\begin{cases} x(x-2) > (x-3)^2 \\ 7x(3-x) \leq 3x(x+1) - 10x^2 \end{cases}$

2. Тема «Квадратные корни. Тожественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни».

Найти значение выражения:

а)  $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{32}}{\sqrt{10}}$  или б)  $0,7 \cdot \sqrt{1\frac{15}{49}} + \frac{1}{5} \cdot \sqrt{0,0625}$  или в)  $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$

3. Тема «Квадратные уравнения. Решение уравнений методом замены переменной».

Решите уравнение:

а)  $x^2 - 36 = 9x$  или б)  $(x-7)^2 = (9-x)(x+9) - 14x$  или в)  $(x^2 - 2)^2 - 8(x^2 - 2) + 7 = 0$

4. Тема «Преобразование рациональных выражений»

а) Упростите выражение  $\frac{16x^2}{8x^2-32x} - \frac{2x^2-32}{x^2-8x+16}$  и найдите его значение при  $x = 3,96$

или

б) Упростите выражение  $\frac{a^2+ab+b^2}{a^3+2a^2b+ab^2} + \frac{(b-a)^3}{(a+b)^2} \cdot \frac{a}{(a-b)^3} - \frac{a}{a^2+ab}$ .

5. Тема «Рациональные уравнения».

а) Найдите корни уравнения:  $\frac{3x-5}{x+3} = \frac{3x-1}{2+x}$  или б) Решите уравнение  $\frac{x}{x^2-2x} - \frac{6}{4-x^2} = \frac{3}{x^2+2x}$ .

6. Текстовая задача.

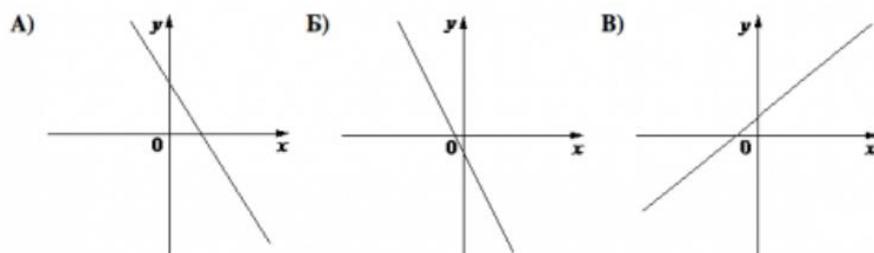
а) Первый рабочий за час делает на 9 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 112 деталей, на 4 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

или

б) Катер прошел 20 км против течения реки и 16 км по течению, затратив на путь против течения на 20 минут больше, чем на путь по течению. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки 2 км/ч.

7. Тема «Функции»

а) На рисунке изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между знаками коэффициентов  $k$  и  $b$  и графиками функций.



ГРАФИКИ

## КОЭФФИЦИЕНТЫ

1)  $k < 0, b > 0$

2)  $k < 0, b < 0$

3)  $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам

А	Б	В

б) постройте график функции

$$f(x) = \begin{cases} x - 2,5 & \text{при } x < 2, \\ -x + 1,5 & \text{при } 2 \leq x \leq 3, \\ x - 5 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

и найдите все значения  $m$ , при каждом из которых прямая  $y = m$  имеет с графиком данной функции ровно две общие точки. В ответ запишите наибольшее из найденных значений.

8. Дано уравнение:  $(a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3 = 0$  При каком  $a$ :

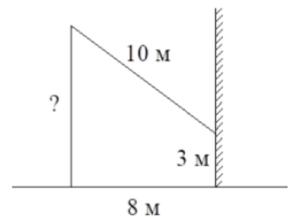
а) число  $-2$  является корнем данного уравнения;

б) данное уравнение имеет ровно один корень?

## Геометрия.

9. Тема «Теорема Пифагора. Решение прямоугольных треугольников».

От столба к дому натянут провод длиной 10 м, который закреплён на стене дома на высоте 3 м от земли (см. рисунок). Найдите высоту столба, если расстояние от дома до столба равно 8 м. Ответ дайте в метрах.



10. Тема «Четырёхугольники»

В ромбе  $KLMN$  диагонали пересекаются в точке  $T$ . Из точки  $T$  опущен перпендикуляр  $TH$  на сторону  $KN$ . Найдите тупой угол ромба, если  $\angle LTH = 148^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

11. Тема «Площади фигур»

В параллелограмме  $ABCD$  проведены высоты  $CH$  и  $DP$  к сторонам  $AD$  и  $AB$  соответственно.

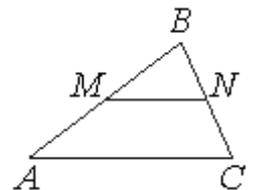
$CH = 6$  см,  $DP = 10$  см. Периметр параллелограмма равен 48 см.

Найдите площадь параллелограмма и его меньшую сторону.

12. Тема «Подобие треугольников»

Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AB=66$ ,  $AC=44$ ,  $MN=24$ .

Найдите  $AM$ .

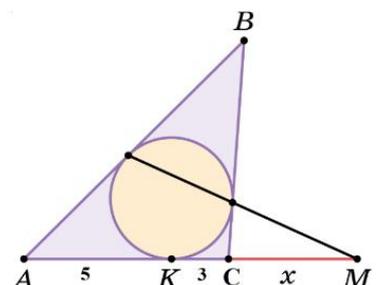


13. Тема «Вписанные и описанные четырёхугольники».

В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность.  $AB = CD$ ,  $BC = 12$  см, периметр четырёхугольника равен 54 см. Найдите длины всех сторон четырёхугольника.

14. Тема «Теорема Менелая».

Вписанная в треугольник  $ABC$  окружность касается стороны  $AC$  в точке  $K$ . Известно, что  $AK = 5$ ,  $CK = 3$ . Прямая, проходящая через точки касания этой окружности с другими сторонами треугольника, пересекает прямую  $AC$  в точке  $M$ . Найдите  $MC$ .



## Вероятность и статистика.

15. События А и В – независимые. Известны их вероятности:  $P(A) = 0,7$ ,  $P(B) = 0,3$ . Найдите:
- вероятность пересечения этих событий:  $P(A \cap B)$ ;
  - вероятность объединения этих событий:  $P(A \cup B)$ .
16. В группе 51 человек. Среди них Ирина и Татьяна. Туристы в случайном порядке рассаживаются в синий, зеленый и желтый автобусы по 17 человек в каждый.
- Какова вероятность того, что Ирина и Татьяна окажутся в одном автобусе?
  - Какова вероятность, что ни Ирина, ни Татьяна не сядут в зеленый автобус?
17. Сколько существует различных четырехзначных цифровых кодов, в которых чётные и нечётные цифры чередуются (например, коды 3836 и 0149 разрешены, а код 5944 нет)?
18. Бабушка испекла одинаковые с виду пирожки 16 с малиной и 9 с яблочным повидлом. Два внука берут два пирожка наугад. Какова вероятность того, что обоим достанутся пирожки с малиной?