



## Демонстрационный вариант Олимпиады 7 классов по математике

(В математический, IT и инженерный профили)

№1. Известно, что  $x = a^2 + b^2$ ;  $y = c^2 + d^2$ , где  $a, b, c, d$  – целые числа. Докажите, что произведение  $xy$  тоже можно представить как сумму квадратов двух целых чисел.

№2. В прямоугольнике ABCD сторона BC в два раза больше стороны AB. На продолжении стороны AD за точку D выбрана точка F, E – середина стороны AD.

Угол  $\angle AFC = 30^\circ$ . Найти величину угла  $\angle EBF$ .

№3. Папа по реке доплывает от моста до пляжа за 9 минут, а от пляжа до моста за 12 минут. Сын от моста до пляжа доплывает за 12 минут. Сколько времени нужно сыну, чтобы доплыть от пляжа до моста?

№4. Куб покрасили со всех сторон и распилили на равные кубики. Оказалось, что кубиков, у которых покрашена ровно одна грань, столько же, сколько непокрашенных кубиков. На сколько кубиков распилили куб?

№5. Среди 25 внешне одинаковых монет 3 фальшивых и 22 настоящих. Все настоящие монеты весят одинаково, но фальшивые легче настоящих. Объясните, как с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь найти 8 настоящих монет.

№6. Дом имеет форму квадрата  $3 \times 3$ , разделённого на 9 одинаковых комнат. В каждой комнате живёт либо рыцарь, либо лжец (известно, что есть и рыцари, и лжецы). Каждый сказал: «Среди моих соседей рыцарей больше, чем лжецов». Кто живёт в центральной комнате? Сколько рыцарей живёт в доме?

№7. В треугольнике  $\angle C = 60^\circ$ . На продолжении стороны BC за точку C выбрана точка D так, что  $DC + CA = BC$ . Докажите, что  $\triangle ABD$  равнобедренный.

№8. Играют двое, ходы делают по очереди. Игра начинается с числа 2000. За ход разрешается уменьшить имеющееся число на любой из его делителей. Проигрывает тот, кто получит 0. Кто выиграет при правильной игре?

№9. В ряд выписано 1999 чисел. Первое число равно 1. Каждое число кроме первого и последнего, равно сумме двух чисел, соседних с ним. Найдите последнее число.

№10. Точка D – середина стороны AC треугольника ABC. На стороне BC выбрана точка E так, что равны углы  $\angle BEA$  и  $\angle CED$ . Найдите отношение AE : ED.

